Continue

Entendiendo la racionalización: definición y ejemplos claros La racionalización es un proceso matemático que consiste en simplificar o eliminar raíces cuadradas u otros tipos de raíces en el denominador de una fracción, con el fin de facilitar operaciones matemáticas. Este procedimiento se realiza multiplicando tanto el numerador como el denominador por la misma expresión que elimine la raíz del denominador. Para comprender mejor este concepto, veamos algunos ejemplos claros en el siguiente video: Índice La racionalización es un proceso matemático en el cual se busca eliminar raíces cuadradas o cubos en el denominador de una fracción, con el objetivo de simplificar la expresión y hacerla más manejable. Este proceso se realiza multiplicando y dividiendo la fracción por un mismo valor que permita eliminar las raíces del denominador. Un ejemplo clásico de racionalización es cuando tenemos una fracción con la raíz cuadrada en el denominador, como por ejemplo: √2 / 2. Para racionalizar esta expresión, multiplicamos tanto el numerador como el denominador por la raíz cuadrada presente en el denominador, de esta manera obtenemos: (√2 * √2) / (2 * √2) = 2 / 2√2 = √2 / 2. Otro ejemplo común es la racionalización de expresiones con raíces cúbicas en el denominador, como por ejemplo: 1 / ∛3. Para racionalizar esta fracción, multiplicamos tanto el numerador como el denominador por la raíz cúbica presente en el denominador, obteniendo finalmente: (1 * ∛3^2) / (∛3 * ∛3^2) = ∛3^2 / 3 = ∛3 / 3. La racionalización es una herramienta importante en matemáticas, ya que nos permite simplificar expresiones algebraicas y facilitar su manipulación. Es fundamental comprender este proceso para resolver problemas matemáticos de manera eficiente y correcta. La racionalización en el ser humano: una explicación necesaria La racionalización en el ser humano es un proceso psicológico mediante el cual se intenta justificar o explicar de manera lógica y coherente ciertos pensamientos, emociones o acciones que pueden resultar contradictorias o conflictivas. Este mecanismo de defensa, propuesto por Sigmund Freud, se activa cuando una persona experimenta ansiedad o disonancia cognitiva debido a una situación incómoda o desafiante. La racionalización permite al individuo elaborar argumentos aparentemente racionales para justificar sus comportamientos o creencias, aunque en realidad puedan estar motivados por impulsos emocionales o irracionales. Es una forma de proteger la autoimagen y reducir la angustia que generan los conflictos internos. Este mecanismo puede observarse en diversas situaciones cotidianas, como en la toma de decisiones importantes, la explicación de errores cometidos o la interpretación de sucesos inesperados. A través de la racionalización, las personas buscan dar sentido a su realidad y mantener una sensación de coherencia en su mundo interno. Es importante señalar que la racionalización no siempre es consciente, ya que puede operar a un nivel subconsciente, influyendo en la percepción que cada individuo tiene de sí mismo y de su entorno. Reconocer este mecanismo puede ser clave para comprender mejor nuestras motivaciones y reacciones emocionales en diferentes contextos. En definitiva, la racionalización en el ser humano es un recurso psicológico que cumple la función de brindar coherencia y justificación a nuestras acciones y pensamientos, permitiéndonos enfrentar situaciones complejas desde una perspectiva más comprensible y adaptativa. Racionalización del denominador: ejemplos claros La Racionalización del denominador es un procedimiento matemático utilizado para simplificar expresiones algebraicas eliminando raíces cuadradas u otros radicales del denominador. Esto se logra multiplicando tanto el numerador como el denominador por una expresión que elimine el radical del denominador. Un ejemplo claro de racionalización del denominador es el siguiente: si tenemos la fracción \(\frac{1}{\sqrt{2}}\), para racionalizar el denominador multiplicamos tanto el numerador como el denominador por \(\sqrt{2}\), obteniendo \(\frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\). De esta forma, hemos racionalizado el denominador y expresado la fracción de una manera más conveniente. Otro ejemplo común es racionalizar la fracción \(\frac{3}{\sqrt{5}}\). En este caso, multiplicamos tanto el numerador como el denominador por \(\sqrt{5}\), lo que nos da \(\frac{3 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}\). Así, hemos simplificado la expresión y eliminado el radical del denominador. Es importante recordar que al racionalizar el denominador, no alteramos el valor de la fracción original, simplemente la expresamos de una manera más clara y conveniente para su manipulación algebraica. Fanny MuradasLicenciada en Física La racionalización se aplica sobre una expresión fraccionaria que contiene raíces de índice n, ya sea aritmética (con números solamente) o algebraica (con números y literales), con la que se elimina dicha raíz del denominador (o en ocasiones del numerador) obteniendo una expresión que representa y remite a la original. Es un instrumento para facilitar las operaciones, como por ejemplo, algunos límites que se estudian en Cálculo. Para llevarlo a cabo, es preciso encontrar el factor de racionalización apropiado, el cual, al ser multiplicado por el numerador o denominador, lo deja libre de radicales. La parte final del proceso consiste en simplificar la expresión obtenida. En este texto se abordan los casos más frecuentes, con sus factores de racionalización, cada uno acompañado de un ejemplo ilustrativo: 1) Denominador de la forma \(\sqrt{a}\) El procedimiento es multiplicar numerador y denominador por el factor de racionalización \(\sqrt{a}\), de esta manera la expresión original permanece inalterada, pero la raíz habrá desaparecido del denominador: \(\frac{1}{{\sqrt{a}}}=\frac{1}{{\sqrt{a}}}\times \frac{{\sqrt{a}}}{{\sqrt{a}}}=\frac{{\sqrt{a}}}{{{{\left({\sqrt{a}} \right)}^{2}}}}=\frac{{\sqrt{a}}}{a}\) Ejemplo resuelto 1-A Racionalizar el denominador de la expresión \(\frac{4}{{\sqrt{{2x}}}}\). Respuesta El factor de racionalización para este caso es \(\sqrt{{2x}}\): \(\frac{4}{{\sqrt{{2x}}}}=\frac{4}{{\sqrt{{2x}}}}\times \frac{{\sqrt{{2x}}}}{{\sqrt{{2x}}}}=\frac{{4\sqrt{{2x}}}}{{{{\left({\sqrt{{2x}}} \right)}^{2}}}}=\frac{{4\sqrt{{2x}}}}{{2x}}=\frac{{2\sqrt{{2x}}}}{x}\) Nótese que la expresión resultante es equivalente a la original, pero en el denominador ya no hay una raíz. Esto es precisamente lo que se busca. 2) Denominador de la forma \(\sqrt[n]{{{{a}^{m}}}}\) Si el denominador tiene la forma \(\sqrt[n]{{{{a}^{m}}}}\)con m < n, entonces hay que multiplicar numerador y denominador por el factor de racionalización \(\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}\), tomando en cuenta que a > 0: \(\frac{1}{{\sqrt[n]{{{{a}^{m}}}}}}=\frac{1}{{\sqrt[n]{{{{a}^{m}}}}}}\times \frac{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}=\frac{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}{{\sqrt[n]{{{{a}^{m}.{{a}^{{n-m}}}}}}}}=\frac{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}{{\sqrt[n]{{{{a}^{n}}}}}}=\frac{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}{a}\) Ejemplo resuelto 2 Racionalizar el denominador en la expresión siguiente: \(\frac{{2x}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{2}}}}}}\) Respuesta En el denominador se tiene: a = x; m = 2 y n = 5 Por lo tanto el factor de racionalización es: \(\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}=\sqrt[5]{{{{x}^{{5-2}}}}}=\sqrt[5]{{{{x}^{{5-2}}}}}=\sqrt[5]{{{{x}^{3}}}}\) Entonces: \(\frac{{2x}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{2}}}}}}=\frac{{2x}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{2}}}}}}\times \frac{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}=\frac{{2x\cdot \sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{2}\cdot {{x}^{3}}}}}}}=\frac{{2x\cdot \sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{5}}}}}}=\frac{{2x\cdot \sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}{x}=2\cdot \sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}\) 3) Denominador de la forma \(a\pm b\sqrt{c}\) Si el denominador es un binomio, para eliminar la raíz del denominador, se multiplica numerador y denominador por el conjugado del denominador, el cual es \(a\mp b\sqrt{c}\). Además se hace uso del producto notable de la suma por su diferencia: \((x+y)(x-y)={{x}^{2}}-{{y}^{2}}\) Por ejemplo, al racionalizar el denominador de \(\frac{1}{{a+b\sqrt{c}}}\), el factor de racionalización es la expresión conjugada del denominador \(a-b\sqrt{c}\): \(\frac{1}{{a+b\sqrt{c}}}=\frac{1}{{a+b\sqrt{c}}}\times \frac{{a-b\sqrt{c}}}{{a-b\sqrt{c}}}=\frac{{a-b\sqrt{c}}}{{{{a}^{2}}-{{\left({b\sqrt{c}} \right)}^{2}}}}=\frac{{a-b\sqrt{c}}}{{{{a}^{2}}-{{b}^{2}}c}}\) Ejemplo resuelto 3-A Racionalizar el denominador en esta expresión aritmética: \(\frac{{3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}{{3\,\sqrt{{\,7}}\,\,-\,\,2}}\) Respuesta El conjugado del denominador es \(3\sqrt{7}+2\), por lo tanto se debe multiplicar numerador y denominador por este factor, para no alterar el número original: \(\frac{{3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}{{3\,\sqrt{{\,7}}\,\,-\,\,2}}=\frac{{3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}{{3\,\sqrt{{\,7}}\,\,-\,\,2}}\times \left({\frac{{3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}{{3\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}} \right)=\frac{{{{{\left({3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2} \right)}}^{2}}}}{{{{{\left[{3\,\sqrt{{\,7}}} \right]}}^{2}}\,\,-\,\,{{2}^{2}}}}=\frac{{{{{\left({3\,\,\sqrt{{\,7}}\,} \right)}}^{2}}+2\times \left({3\,\,\sqrt{{\,7}}\,} \right)\times 2+{{2}^{2}}}}{{9\times 7\,\,-\,\,4}}=\frac{{67+12\sqrt{7}}}{{59}}\) Ejemplo resuelto 3-B Racionalizar denominador en: \(\frac{{2x-3}}{{1+\sqrt{x}}}\) Respuesta El factor de racionalización es \(1-\sqrt{x}\): \(\frac{{2x-3}}{{1+\sqrt{x}}}=\frac{{2x-3}}{{1+\sqrt{x}}}\times \left({\frac{{1-\sqrt{x}}}{{1-\sqrt{x}}}} \right)=\frac{{\left({2x-3} \right)\cdot \left({1-\sqrt{x}} \right)}}{{\left({1+\sqrt{x}} \right)\cdot \left({1-\sqrt{x}} \right)}}=\frac{{\left({2x-3} \right)\cdot \left({1-\sqrt{x}} \right)}}{{1-{{{\left({\sqrt{x}} \right)}}^{2}}}}=\frac{{\left({2x-3} \right)\cdot \left({1-\sqrt{x}} \right)}}{{1-x}}\,\) De ser preciso, se puede desarrollar el numerador mediante la propiedad distributiva. Esto se deja como ejercicio para el lector. 4) Denominador de la forma \(\sqrt[3]{a}\mp \sqrt[3]{b}\) Para racionalizar este denominador se usa el siguiente producto notable: \(a\mp b=(\,\sqrt[3]{a}\mp \sqrt[3]{b})\left({\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}\pm \sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}} \right)\) Como en el denominador está la expresión \(\sqrt[3]{a}\mp \sqrt[3]{b}\), entonces al multiplicar arriba y abajo por esta otra expresión se elimina la raíz: \(\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}\pm \sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}\) Este factor de racionalización hace que el denominador se transforme simplemente en \(a\mp b\) y ya quedan eliminadas las raíces cuadradas, como se muestra seguidamente para el caso del denominador con signo negativo: \(\frac{1}{{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}}=\frac{1}{{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}+\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}}{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}+\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}} \right)=\frac{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}+\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}}{{a-b}}\) O bien: \(\frac{1}{{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}}=\frac{1}{{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}-\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}}{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}-\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}} \right)=\frac{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}-\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}}{{a+b}}\) Ejemplo resuelto 4 Racionalizar el denominador en: \(\frac{{1-x}}{{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}}\) Respuesta En este ejemplo, a = 2, b = 3 y el signo en el denominador es negativo, por lo tanto: \(\frac{1}{{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}}=\frac{{1-x}}{{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{2}^{2}}}}+\sqrt[3]{{2\cdot 3}}+\sqrt[3]{{{{3}^{2}}}}}}{{\sqrt[3]{{{{2}^{2}}}}+\sqrt[3]{{2\cdot 3}}+\sqrt[3]{{{{3}^{2}}}}}} \right)=\frac{{(1-x)\left({\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}} \right)}}{{2-3}}=-(1-x)\left({\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}} \right)\) Ejemplo resuelto 6 Racionalizar el numerador de esta expresión: \(\frac{{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2}}}{{x+2}}\) Respuesta Se plantea de la misma forma en que se hace al racionalizar el denominador. En este caso particular se escoge la variante del producto notable con signo positivo en el binomio de raíces cúbicas. Además, a = x y b = 2, por lo que resulta: \(\frac{{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2}}}{{x+2}}=\frac{{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2}}}{{x+2}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{x}^{2}}}}-\sqrt[3]{{2x}}+\sqrt[3]{4}}}{{\sqrt[3]{{{{x}^{2}}}}-\sqrt[3]{{2x}}+\sqrt[3]{4}}}} \right)=\frac{{x+2}}{{\left({x+2} \right)\left({\sqrt[3]{{{{x}^{2}}}}-\sqrt[3]{{2x}}+\sqrt[3]{4}} \right)}}=\frac{1}{{\sqrt[3]{{{{x}^{2}}}}-\sqrt[3]{{2x}}+\sqrt[3]{4}}}\) Miscelánea de ejercicios La práctica con diferentes ejercicios hará que se identifique más fácilmente el procedimiento adecuado. Por eso a continuación aparece una miscelánea de ejercicios que el lector puede intentar resolver por su cuenta, antes de ver la solución más adelante: Se pide racionalizar el denominador de las expresiones propuestas y simplificar el resultado: Ejercicio a \(\frac{1}{{\sqrt{5}}}\) Respuesta a El factor de racionalización es \(\sqrt{5}\): \(\frac{1}{{\sqrt{5}}}=\frac{1}{{\sqrt{5}}}\times \frac{{\sqrt{5}}}{{\sqrt{5}}}=\frac{{\sqrt{5}}}{5}\) Ejercicio b b) \(\frac{{6x}}{{\sqrt{{3x}}}}\) Respuesta b En este caso, el factor de racionalización es \(\sqrt{{3x}}\): \(\frac{{6x}}{{\sqrt{{3x}}}}=\frac{{6x}}{{\sqrt{{3x}}}}\times \frac{{\sqrt{{3x}}}}{{\sqrt{{3x}}}}=\frac{{6x\sqrt{{3x}}}}{{3x}}=2\sqrt{{3x}}\) Ejercicio c c) \(\frac{1}{{\sqrt[4]{{{{x}^{3}}}}}}\) Respuesta c Para esta expresión, el factor de racionalización es \(\sqrt[4]{x}\): \(\frac{1}{{\sqrt[4]{{{{x}^{3}}}}}}=\frac{1}{{\sqrt[4]{{{{x}^{3}}}}}}\times \frac{{\sqrt[4]{x}}}{{\sqrt[4]{x}}}=\frac{{\sqrt[4]{x}}}{{\sqrt[4]{{{{x}^{4}}}}}}=\frac{{\sqrt[4]{x}}}{x}\) Ejercicio d d) \(\frac{4}{{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{{11}}}}\) Respuesta d Al tratarse de la diferencia entre dos raíces cúbicas, el factor de racionalización es: \(\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}+\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}\) Con a = 3 y b = 11, entonces: \(\begin{array}{l}\frac{4}{{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{{11}}}}=\frac{4}{{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{{11}}}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{3}^{2}}}}+\sqrt[3]{{3\cdot 11}}+\sqrt[3]{{{{{11}}^{2}}}}}}{{\sqrt[3]{{{{3}^{2}}}}+\sqrt[3]{{3\cdot 11}}+\sqrt[3]{{{{{11}}^{2}}}}}} \right)=\frac{{4\times \left({\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{{33}}+\sqrt[3]{{121}}} \right)}}{{3-11}}=\\=\frac{{4\times \left({\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{{33}}+\sqrt[3]{{121}}} \right)}}{{-8}}=-\frac{{\left({\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{{33}}+\sqrt[3]{{121}}} \right)}}{2}\end{array}\) Ejercicio e e) \(\frac{{9y-4{{x}^{2}}}}{{2x-3\sqrt{y}}}\) Respuesta e El factor de racionalización buscado es el conjugado del denominador: \(2x+3\sqrt{y}\) Por lo tanto: \(\begin{array}{l}\frac{{9y-4{{x}^{2}}}}{{2x-3\sqrt{y}}}=\frac{{9y-4{{x}^{2}}}}{{2x-3\sqrt{y}}}\times \left({\frac{{2x+3\sqrt{y}}}{{2x+3\sqrt{y}}}} \right)=\frac{{\left({9y-4{{x}^{2}}} \right)\left({2x+3\sqrt{y}} \right)}}{{{{{\left({2x} \right)}}^{2}}-{{{\left({3\sqrt{y}} \right)}}^{2}}}}=\\=\frac{{\left({9y-4{{x}^{2}}} \right)\left({2x+3\sqrt{y}} \right)}}{{4{{x}^{2}}-9y}}=\frac{{\left({9y-4{{x}^{2}}} \right)\left({2x+3\sqrt{y}} \right)}}{{-\left({9y-4{{x}^{2}}} \right)}}=-\left({2x+3\sqrt{y}} \right)\end{array}\) Siguiente Por: Murades, Fanny. Título de licenciatura en Física por la Universidad Central de Venezuela, en la opción de Física Experimental. Trabajo publicado en: Ene., 2021.

Fanny MuradasLicenciada en Física La racionalización se aplica sobre una expresión fraccionaria que contiene raíces de índice n, ya sea aritmética (con números solamente) o algebraica (con números y literales), con la que se elimina dicha raíz del denominador (o en ocasiones del numerador) obteniendo una expresión que representa y remite a la original. Es un instrumento para facilitar las operaciones, como por ejemplo, algunos límites que se estudian en Cálculo. Para llevarlo a cabo, es preciso encontrar el factor de racionalización apropiado, el cual, al ser multiplicado por el numerador o denominador, lo deja libre de radicales. La parte final del proceso consiste en simplificar la expresión obtenida. En este texto se abordan los casos más frecuentes, con sus factores de racionalización, cada uno acompañado de un ejemplo ilustrativo: 1) Denominador de la forma \(\sqrt{a}\) El procedimiento es multiplicar numerador y denominador por el factor de racionalización \(\sqrt{a}\), de esta manera la expresión original permanece inalterada, pero la raíz habrá desaparecido del denominador: \(\frac{1}{{\sqrt{a}}}=\frac{1}{{\sqrt{a}}}\times \frac{{\sqrt{a}}}{{\sqrt{a}}}=\frac{{\sqrt{a}}}{{{{\left({\sqrt{a}} \right)}^{2}}}}=\frac{{\sqrt{a}}}{a}\) Ejemplo resuelto 1-A Racionalizar el denominador de la expresión \(\frac{4}{{\sqrt{{2x}}}}\). Respuesta El factor de racionalización para este caso es \(\sqrt{{2x}}\): \(\frac{4}{{\sqrt{{2x}}}}=\frac{4}{{\sqrt{{2x}}}}\times \frac{{\sqrt{{2x}}}}{{\sqrt{{2x}}}}=\frac{{4\sqrt{{2x}}}}{{{{\left({\sqrt{{2x}}} \right)}^{2}}}}=\frac{{4\sqrt{{2x}}}}{{2x}}=\frac{{2\sqrt{{2x}}}}{x}\) Nótese que la expresión resultante es equivalente a la original, pero en el denominador ya no hay una raíz. Esto es precisamente lo que se busca. 2) Denominador de la forma \(\sqrt[n]{{{{a}^{m}}}}\) Si el denominador tiene la forma \(\sqrt[n]{{{{a}^{m}}}}\)con m < n, entonces hay que multiplicar numerador y denominador por el factor de racionalización \(\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}\), tomando en cuenta que a > 0: \(\frac{1}{{\sqrt[n]{{{{a}^{m}}}}}}=\frac{1}{{\sqrt[n]{{{{a}^{m}}}}}}\times \frac{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}=\frac{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}{{\sqrt[n]{{{{a}^{m}.{{a}^{{n-m}}}}}}}}=\frac{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}{{\sqrt[n]{{{{a}^{n}}}}}}=\frac{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}{a}\) Ejemplo resuelto 2 Racionalizar el denominador en la expresión siguiente: \(\frac{{2x}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{2}}}}}}\) Respuesta En el denominador se tiene: a = x; m = 2 y n = 5 Por lo tanto el factor de racionalización es: \(\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}=\sqrt[5]{{{{x}^{{5-2}}}}}=\sqrt[5]{{{{x}^{{5-2}}}}}=\sqrt[5]{{{{x}^{3}}}}\) Entonces: \(\frac{{2x}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{2}}}}}}=\frac{{2x}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{2}}}}}}\times \frac{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}=\frac{{2x\cdot \sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{2}\cdot {{x}^{3}}}}}}}=\frac{{2x\cdot \sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{5}}}}}}=\frac{{2x\cdot \sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}{x}=2\cdot \sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}\) 3) Denominador de la forma \(a\pm b\sqrt{c}\) Si el denominador es un binomio, para eliminar la raíz del denominador, se multiplica numerador y denominador por el conjugado del denominador, el cual es \(a\mp b\sqrt{c}\). Además se hace uso del producto notable de la suma por su diferencia: \((x+y)(x-y)={{x}^{2}}-{{y}^{2}}\) Por ejemplo, al racionalizar el denominador de \(\frac{1}{{a+b\sqrt{c}}}\), el factor de racionalización es la expresión conjugada del denominador \(a-b\sqrt{c}\): \(\frac{1}{{a+b\sqrt{c}}}=\frac{1}{{a+b\sqrt{c}}}\times \frac{{a-b\sqrt{c}}}{{a-b\sqrt{c}}}=\frac{{a-b\sqrt{c}}}{{{{a}^{2}}-{{\left({b\sqrt{c}} \right)}^{2}}}}=\frac{{a-b\sqrt{c}}}{{{{a}^{2}}-{{b}^{2}}c}}\) Ejemplo resuelto 3-A Racionalizar el denominador en esta expresión aritmética: \(\frac{{3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}{{3\,\sqrt{{\,7}}\,\,-\,\,2}}\) Respuesta El conjugado del denominador es \(3\sqrt{7}+2\), por lo tanto se debe multiplicar numerador y denominador por este factor, para no alterar el número original: \(\frac{{3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}{{3\,\sqrt{{\,7}}\,\,-\,\,2}}=\frac{{3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}{{3\,\sqrt{{\,7}}\,\,-\,\,2}}\times \left({\frac{{3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}{{3\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}} \right)=\frac{{{{{\left({3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2} \right)}}^{2}}}}{{{{{\left[{3\,\sqrt{{\,7}}} \right]}}^{2}}\,\,-\,\,{{2}^{2}}}}=\frac{{{{{\left({3\,\,\sqrt{{\,7}}\,} \right)}}^{2}}+2\times \left({3\,\,\sqrt{{\,7}}\,} \right)\times 2+{{2}^{2}}}}{{9\times 7\,\,-\,\,4}}=\frac{{67+12\sqrt{7}}}{{59}}\) Ejemplo resuelto 3-B Racionalizar denominador en: \(\frac{{2x-3}}{{1+\sqrt{x}}}\) Respuesta El factor de racionalización es \(1-\sqrt{x}\): \(\frac{{2x-3}}{{1+\sqrt{x}}}=\frac{{2x-3}}{{1+\sqrt{x}}}\times \left({\frac{{1-\sqrt{x}}}{{1-\sqrt{x}}}} \right)=\frac{{\left({2x-3} \right)\cdot \left({1-\sqrt{x}} \right)}}{{\left({1+\sqrt{x}} \right)\cdot \left({1-\sqrt{x}} \right)}}=\frac{{\left({2x-3} \right)\cdot \left({1-\sqrt{x}} \right)}}{{1-{{{\left({\sqrt{x}} \right)}}^{2}}}}=\frac{{\left({2x-3} \right)\cdot \left({1-\sqrt{x}} \right)}}{{1-x}}\,\) De ser preciso, se puede desarrollar el numerador mediante la propiedad distributiva. Esto se deja como ejercicio para el lector. 4) Denominador de la forma \(\sqrt[3]{a}\mp \sqrt[3]{b}\) Para racionalizar este denominador se usa el siguiente producto notable: \(a\mp b=(\,\sqrt[3]{a}\mp \sqrt[3]{b})\left({\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}\pm \sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}} \right)\) Como en el denominador está la expresión \(\sqrt[3]{a}\mp \sqrt[3]{b}\), entonces al multiplicar arriba y abajo por esta otra expresión se elimina la raíz: \(\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}\pm \sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}\) Este factor de racionalización hace que el denominador se transforme simplemente en \(a\mp b\) y ya quedan eliminadas las raíces cuadradas, como se muestra seguidamente para el caso del denominador con signo negativo: \(\frac{1}{{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}}=\frac{1}{{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}+\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}}{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}+\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}} \right)=\frac{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}+\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}}{{a-b}}\) O bien: \(\frac{1}{{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}}=\frac{1}{{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}-\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}}{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}-\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}} \right)=\frac{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}-\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}}{{a+b}}\) Ejemplo resuelto 4 Racionalizar el denominador en: \(\frac{{1-x}}{{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}}\) Respuesta En este ejemplo, a = 2, b = 3 y el signo en el denominador es negativo, por lo tanto: \(\frac{1}{{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}}=\frac{{1-x}}{{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{2}^{2}}}}+\sqrt[3]{{2\cdot 3}}+\sqrt[3]{{{{3}^{2}}}}}}{{\sqrt[3]{{{{2}^{2}}}}+\sqrt[3]{{2\cdot 3}}+\sqrt[3]{{{{3}^{2}}}}}} \right)=\frac{{(1-x)\left({\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}} \right)}}{{2-3}}=-(1-x)\left({\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}} \right)\) Ejemplo resuelto 6 Racionalizar el numerador de esta expresión: \(\frac{{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2}}}{{x+2}}\) Respuesta Se plantea de la misma forma en que se hace al racionalizar el denominador. En este caso particular se escoge la variante del producto notable con signo positivo en el binomio de raíces cúbicas. Además, a = x y b = 2, por lo que resulta: \(\frac{{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2}}}{{x+2}}=\frac{{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2}}}{{x+2}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{x}^{2}}}}-\sqrt[3]{{2x}}+\sqrt[3]{4}}}{{\sqrt[3]{{{{x}^{2}}}}-\sqrt[3]{{2x}}+\sqrt[3]{4}}}} \right)=\frac{{x+2}}{{\left({x+2} \right)\left({\sqrt[3]{{{{x}^{2}}}}-\sqrt[3]{{2x}}+\sqrt[3]{4}} \right)}}=\frac{1}{{\sqrt[3]{{{{x}^{2}}}}-\sqrt[3]{{2x}}+\sqrt[3]{4}}}\) Miscelánea de ejercicios La práctica con diferentes ejercicios hará que se identifique más fácilmente el procedimiento adecuado. Por eso a continuación aparece una miscelánea de ejercicios que el lector puede intentar resolver por su cuenta, antes de ver la solución más adelante: Se pide racionalizar el denominador de las expresiones propuestas y simplificar el resultado: Ejercicio a \(\frac{1}{{\sqrt{5}}}\) Respuesta a El factor de racionalización es \(\sqrt{5}\): \(\frac{1}{{\sqrt{5}}}=\frac{1}{{\sqrt{5}}}\times \frac{{\sqrt{5}}}{{\sqrt{5}}}=\frac{{\sqrt{5}}}{5}\) Ejercicio b b) \(\frac{{6x}}{{\sqrt{{3x}}}}\) Respuesta b En este caso, el factor de racionalización es \(\sqrt{{3x}}\): \(\frac{{6x}}{{\sqrt{{3x}}}}=\frac{{6x}}{{\sqrt{{3x}}}}\times \frac{{\sqrt{{3x}}}}{{\sqrt{{3x}}}}=\frac{{6x\sqrt{{3x}}}}{{3x}}=2\sqrt{{3x}}\) Ejercicio c c) \(\frac{1}{{\sqrt[4]{{{{x}^{3}}}}}}\) Respuesta c Para esta expresión, el factor de racionalización es \(\sqrt[4]{x}\): \(\frac{1}{{\sqrt[4]{{{{x}^{3}}}}}}=\frac{1}{{\sqrt[4]{{{{x}^{3}}}}}}\times \frac{{\sqrt[4]{x}}}{{\sqrt[4]{x}}}=\frac{{\sqrt[4]{x}}}{{\sqrt[4]{{{{x}^{4}}}}}}=\frac{{\sqrt[4]{x}}}{x}\) Ejercicio d d) \(\frac{4}{{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{{11}}}}\) Respuesta d Al tratarse de la diferencia entre dos raíces cúbicas, el factor de racionalización es: \(\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}+\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}\) Con a = 3 y b = 11, entonces: \(\begin{array}{l}\frac{4}{{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{{11}}}}=\frac{4}{{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{{11}}}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{3}^{2}}}}+\sqrt[3]{{3\cdot 11}}+\sqrt[3]{{{{{11}}^{2}}}}}}{{\sqrt[3]{{{{3}^{2}}}}+\sqrt[3]{{3\cdot 11}}+\sqrt[3]{{{{{11}}^{2}}}}}} \right)=\frac{{4\times \left({\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{{33}}+\sqrt[3]{{121}}} \right)}}{{3-11}}=\\=\frac{{4\times \left({\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{{33}}+\sqrt[3]{{121}}} \right)}}{{-8}}=-\frac{{\left({\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{{33}}+\sqrt[3]{{121}}} \right)}}{2}\end{array}\) Ejercicio e e) \(\frac{{9y-4{{x}^{2}}}}{{2x-3\sqrt{y}}}\) Respuesta e El factor de racionalización buscado es el conjugado del denominador: \(2x+3\sqrt{y}\) Por lo tanto: \(\begin{array}{l}\frac{{9y-4{{x}^{2}}}}{{2x-3\sqrt{y}}}=\frac{{9y-4{{x}^{2}}}}{{2x-3\sqrt{y}}}\times \left({\frac{{2x+3\sqrt{y}}}{{2x+3\sqrt{y}}}} \right)=\frac{{\left({9y-4{{x}^{2}}} \right)\left({2x+3\sqrt{y}} \right)}}{{{{{\left({2x} \right)}}^{2}}-{{{\left({3\sqrt{y}} \right)}}^{2}}}}=\\=\frac{{\left({9y-4{{x}^{2}}} \right)\left({2x+3\sqrt{y}} \right)}}{{4{{x}^{2}}-9y}}=\frac{{\left({9y-4{{x}^{2}}} \right)\left({2x+3\sqrt{y}} \right)}}{{-\left({9y-4{{x}^{2}}} \right)}}=-\left({2x+3\sqrt{y}} \right)\end{array}\) Siguiente Por: Murades, Fanny. Título de licenciatura en Física por la Universidad Central de Venezuela, en la opción de Física Experimental. Trabajo publicado en: Ene., 2021. Fanny MuradasLicenciada en Física La racionalización se aplica sobre una expresión fraccionaria que contiene raíces de índice n, ya sea aritmética (con números solamente) o algebraica (con números y literales), con la que se elimina dicha raíz del denominador (o en ocasiones del numerador) obteniendo una expresión que representa y remite a la original. Es un instrumento para facilitar las operaciones, como por ejemplo, algunos límites que se estudian en Cálculo. Para llevarlo a cabo, es preciso encontrar el factor de racionalización apropiado, el cual, al ser multiplicado por el numerador o denominador, lo deja libre de radicales. La parte final del proceso consiste en simplificar la expresión obtenida. En este texto se abordan los casos más frecuentes, con sus factores de racionalización, cada uno acompañado de un ejemplo ilustrativo: 1) Denominador de la forma \(\sqrt{a}\) El procedimiento es multiplicar numerador y denominador por el factor de racionalización \(\sqrt{a}\), de esta manera la expresión original permanece inalterada, pero la raíz habrá desaparecido del denominador: \(\frac{1}{{\sqrt{a}}}=\frac{1}{{\sqrt{a}}}\times \frac{{\sqrt{a}}}{{\sqrt{a}}}=\frac{{\sqrt{a}}}{{{{\left({\sqrt{a}} \right)}^{2}}}}=\frac{{\sqrt{a}}}{a}\) Ejemplo resuelto 1-A Racionalizar el denominador de la expresión \(\frac{4}{{\sqrt{{2x}}}}\). Respuesta El factor de racionalización para este caso es \(\sqrt{{2x}}\): \(\frac{4}{{\sqrt{{2x}}}}=\frac{4}{{\sqrt{{2x}}}}\times \frac{{\sqrt{{2x}}}}{{\sqrt{{2x}}}}=\frac{{4\sqrt{{2x}}}}{{{{\left({\sqrt{{2x}}} \right)}^{2}}}}=\frac{{4\sqrt{{2x}}}}{{2x}}=\frac{{2\sqrt{{2x}}}}{x}\) Nótese que la expresión resultante es equivalente a la original, pero en el denominador ya no hay una raíz. Esto es precisamente lo que se busca. 2) Denominador de la forma \(\sqrt[n]{{{{a}^{m}}}}\) Si el denominador tiene la forma \(\sqrt[n]{{{{a}^{m}}}}\)con m < n, entonces hay que multiplicar numerador y denominador por el factor de racionalización \(\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}\), tomando en cuenta que a > 0: \(\frac{1}{{\sqrt[n]{{{{a}^{m}}}}}}=\frac{1}{{\sqrt[n]{{{{a}^{m}}}}}}\times \frac{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}=\frac{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}{{\sqrt[n]{{{{a}^{m}.{{a}^{{n-m}}}}}}}}=\frac{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}{{\sqrt[n]{{{{a}^{n}}}}}}=\frac{{\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}}}{a}\) Ejemplo resuelto 2 Racionalizar el denominador en la expresión siguiente: \(\frac{{2x}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{2}}}}}}\) Respuesta En el denominador se tiene: a = x; m = 2 y n = 5 Por lo tanto el factor de racionalización es: \(\sqrt[n]{{{{a}^{{n-m}}}}}=\sqrt[5]{{{{x}^{{5-2}}}}}=\sqrt[5]{{{{x}^{{5-2}}}}}=\sqrt[5]{{{{x}^{3}}}}\) Entonces: \(\frac{{2x}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{2}}}}}}=\frac{{2x}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{2}}}}}}\times \frac{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}=\frac{{2x\cdot \sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{2}\cdot {{x}^{3}}}}}}}=\frac{{2x\cdot \sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}{{\sqrt[5]{{\,{{x}^{5}}}}}}=\frac{{2x\cdot \sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}}}{x}=2\cdot \sqrt[5]{{\,{{x}^{3}}}}\) 3) Denominador de la forma \(a\pm b\sqrt{c}\) Si el denominador es un binomio, para eliminar la raíz del denominador, se multiplica numerador y denominador por el conjugado del denominador, el cual es \(a\mp b\sqrt{c}\). Además se hace uso del producto notable de la suma por su diferencia: \((x+y)(x-y)={{x}^{2}}-{{y}^{2}}\) Por ejemplo, al racionalizar el denominador de \(\frac{1}{{a+b\sqrt{c}}}\), el factor de racionalización es la expresión conjugada del denominador \(a-b\sqrt{c}\): \(\frac{1}{{a+b\sqrt{c}}}=\frac{1}{{a+b\sqrt{c}}}\times \frac{{a-b\sqrt{c}}}{{a-b\sqrt{c}}}=\frac{{a-b\sqrt{c}}}{{{{a}^{2}}-{{\left({b\sqrt{c}} \right)}^{2}}}}=\frac{{a-b\sqrt{c}}}{{{{a}^{2}}-{{b}^{2}}c}}\) Ejemplo resuelto 3-A Racionalizar el denominador en esta expresión aritmética: \(\frac{{3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}{{3\,\sqrt{{\,7}}\,\,-\,\,2}}\) Respuesta El conjugado del denominador es \(3\sqrt{7}+2\), por lo tanto se debe multiplicar numerador y denominador por este factor, para no alterar el número original: \(\frac{{3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}{{3\,\sqrt{{\,7}}\,\,-\,\,2}}=\frac{{3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}{{3\,\sqrt{{\,7}}\,\,-\,\,2}}\times \left({\frac{{3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}{{3\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2}}} \right)=\frac{{{{{\left({3\,\,\sqrt{{\,7}}\,\,+\,\,2} \right)}}^{2}}}}{{{{{\left[{3\,\sqrt{{\,7}}} \right]}}^{2}}\,\,-\,\,{{2}^{2}}}}=\frac{{{{{\left({3\,\,\sqrt{{\,7}}\,} \right)}}^{2}}+2\times \left({3\,\,\sqrt{{\,7}}\,} \right)\times 2+{{2}^{2}}}}{{9\times 7\,\,-\,\,4}}=\frac{{67+12\sqrt{7}}}{{59}}\) Ejemplo resuelto 3-B Racionalizar denominador en: \(\frac{{2x-3}}{{1+\sqrt{x}}}\) Respuesta El factor de racionalización es \(1-\sqrt{x}\): \(\frac{{2x-3}}{{1+\sqrt{x}}}=\frac{{2x-3}}{{1+\sqrt{x}}}\times \left({\frac{{1-\sqrt{x}}}{{1-\sqrt{x}}}} \right)=\frac{{\left({2x-3} \right)\cdot \left({1-\sqrt{x}} \right)}}{{\left({1+\sqrt{x}} \right)\cdot \left({1-\sqrt{x}} \right)}}=\frac{{\left({2x-3} \right)\cdot \left({1-\sqrt{x}} \right)}}{{1-{{{\left({\sqrt{x}} \right)}}^{2}}}}=\frac{{\left({2x-3} \right)\cdot \left({1-\sqrt{x}} \right)}}{{1-x}}\,\) De ser preciso, se puede desarrollar el numerador mediante la propiedad distributiva. Esto se deja como ejercicio para el lector. 4) Denominador de la forma \(\sqrt[3]{a}\mp \sqrt[3]{b}\) Para racionalizar este denominador se usa el siguiente producto notable: \(a\mp b=(\,\sqrt[3]{a}\mp \sqrt[3]{b})\left({\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}\pm \sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}} \right)\) Como en el denominador está la expresión \(\sqrt[3]{a}\mp \sqrt[3]{b}\), entonces al multiplicar arriba y abajo por esta otra expresión se elimina la raíz: \(\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}\pm \sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}\) Este factor de racionalización hace que el denominador se transforme simplemente en \(a\mp b\) y ya quedan eliminadas las raíces cuadradas, como se muestra seguidamente para el caso del denominador con signo negativo: \(\frac{1}{{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}}=\frac{1}{{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}+\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}}{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}+\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}} \right)=\frac{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}+\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}}{{a-b}}\) O bien: \(\frac{1}{{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}}=\frac{1}{{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}-\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}}{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}-\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}} \right)=\frac{{\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}-\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}}}{{a+b}}\) Ejemplo resuelto 4 Racionalizar el denominador en: \(\frac{{1-x}}{{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}}\) Respuesta En este ejemplo, a = 2, b = 3 y el signo en el denominador es negativo, por lo tanto: \(\frac{1}{{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}}=\frac{{1-x}}{{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{2}^{2}}}}+\sqrt[3]{{2\cdot 3}}+\sqrt[3]{{{{3}^{2}}}}}}{{\sqrt[3]{{{{2}^{2}}}}+\sqrt[3]{{2\cdot 3}}+\sqrt[3]{{{{3}^{2}}}}}} \right)=\frac{{(1-x)\left({\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}} \right)}}{{2-3}}=-(1-x)\left({\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}} \right)\) Ejemplo resuelto 6 Racionalizar el numerador de esta expresión: \(\frac{{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2}}}{{x+2}}\) Respuesta Se plantea de la misma forma en que se hace al racionalizar el denominador. En este caso particular se escoge la variante del producto notable con signo positivo en el binomio de raíces cúbicas. Además, a = x y b = 2, por lo que resulta: \(\frac{{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2}}}{{x+2}}=\frac{{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{2}}}{{x+2}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{x}^{2}}}}-\sqrt[3]{{2x}}+\sqrt[3]{4}}}{{\sqrt[3]{{{{x}^{2}}}}-\sqrt[3]{{2x}}+\sqrt[3]{4}}}} \right)=\frac{{x+2}}{{\left({x+2} \right)\left({\sqrt[3]{{{{x}^{2}}}}-\sqrt[3]{{2x}}+\sqrt[3]{4}} \right)}}=\frac{1}{{\sqrt[3]{{{{x}^{2}}}}-\sqrt[3]{{2x}}+\sqrt[3]{4}}}\) Miscelánea de ejercicios La práctica con diferentes ejercicios hará que se identifique más fácilmente el procedimiento adecuado. Por eso a continuación aparece una miscelánea de ejercicios que el lector puede intentar resolver por su cuenta, antes de ver la solución más adelante: Se pide racionalizar el denominador de las expresiones propuestas y simplificar el resultado: Ejercicio a \(\frac{1}{{\sqrt{5}}}\) Respuesta a El factor de racionalización es \(\sqrt{5}\): \(\frac{1}{{\sqrt{5}}}=\frac{1}{{\sqrt{5}}}\times \frac{{\sqrt{5}}}{{\sqrt{5}}}=\frac{{\sqrt{5}}}{5}\) Ejercicio b b) \(\frac{{6x}}{{\sqrt{{3x}}}}\) Respuesta b En este caso, el factor de racionalización es \(\sqrt{{3x}}\): \(\frac{{6x}}{{\sqrt{{3x}}}}=\frac{{6x}}{{\sqrt{{3x}}}}\times \frac{{\sqrt{{3x}}}}{{\sqrt{{3x}}}}=\frac{{6x\sqrt{{3x}}}}{{3x}}=2\sqrt{{3x}}\) Ejercicio c c) \(\frac{1}{{\sqrt[4]{{{{x}^{3}}}}}}\) Respuesta c Para esta expresión, el factor de racionalización es \(\sqrt[4]{x}\): \(\frac{1}{{\sqrt[4]{{{{x}^{3}}}}}}=\frac{1}{{\sqrt[4]{{{{x}^{3}}}}}}\times \frac{{\sqrt[4]{x}}}{{\sqrt[4]{x}}}=\frac{{\sqrt[4]{x}}}{{\sqrt[4]{{{{x}^{4}}}}}}=\frac{{\sqrt[4]{x}}}{x}\) Ejercicio d d) \(\frac{4}{{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{{11}}}}\) Respuesta d Al tratarse de la diferencia entre dos raíces cúbicas, el factor de racionalización es: \(\sqrt[3]{{{{a}^{2}}}}+\sqrt[3]{{ab}}+\sqrt[3]{{{{b}^{2}}}}\) Con a = 3 y b = 11, entonces: \(\begin{array}{l}\frac{4}{{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{{11}}}}=\frac{4}{{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{{11}}}}\times \left({\frac{{\sqrt[3]{{{{3}^{2}}}}+\sqrt[3]{{3\cdot 11}}+\sqrt[3]{{{{{11}}^{2}}}}}}{{\sqrt[3]{{{{3}^{2}}}}+\sqrt[3]{{3\cdot 11}}+\sqrt[3]{{{{{11}}^{2}}}}}} \right)=\frac{{4\times \left({\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{{33}}+\sqrt[3]{{121}}} \right)}}{{3-11}}=\\=\frac{{4\times \left({\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{{33}}+\sqrt[3]{{121}}} \right)}}{{-8}}=-\frac{{\left({\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{{33}}+\sqrt[3]{{121}}} \right)}}{2}\end{array}\) Ejercicio e e) \(\frac{{9y-4{{x}^{2}}}}{{2x-3\sqrt{y}}}\) Respuesta e El factor de racionalización buscado es el conjugado del denominador: \(2x+3\sqrt{y}\) Por lo tanto: \(\begin{array}{l}\frac{{9y-4{{x}^{2}}}}{{2x-3\sqrt{y}}}=\frac{{9y-4{{x}^{2}}}}{{2x-3\sqrt{y}}}\times \left({\frac{{2x+3\sqrt{y}}}{{2x+3\sqrt{y}}}} \right)=\frac{{\left({9y-4{{x}^{2}}} \right)\left({2x+3\sqrt{y}} \right)}}{{{{{\left({2x} \right)}}^{2}}-{{{\left({3\sqrt{y}} \right)}}^{2}}}}=\\=\frac{{\left({9y-4{{x}^{2}}} \right)\left({2x+3\sqrt{y}} \right)}}{{4{{x}^{2}}-9y}}=\frac{{\left({9y-4{{x}^{2}}} \right)\left({2x+3\sqrt{y}} \right)}}{{-\left({9y-4{{x}^{2}}} \right)}}=-\left({2x+3\sqrt{y}} \right)\end{array}\) Siguiente Por: Murades, Fanny. Título de licenciatura en Física por la Universidad Central de Venezuela, en la opción de Física Experimental. Trabajo publicado en: Ene., 2021.

Racionalizar una expresión fraccionaria con raíces inexactas en el denominador (números irracionales) consiste en obtener otra expresión fraccionaria equivalente, pero sin que aparezcan raíces en el denominador. Las siguientes expresiones fraccionarias tienen números irracionales en el denomirnador: ¿Para qué racionalizar? Una de la razones por las cuales se racionaliza es para realizar la división, ya que el divisor no puede ser un número irracional. Para racionalizar se debe amplificar la expresión por algún factor que permita expresar el denominador sin raíces (como un número racional). Racionalización de expresiones de la forma Para racionalizar expresiones de la forma se debe amplificar por el factor Racionalización de expresiones de la forma Para racionalizar expresiones de la forma se debe amplificar por el factor Para racionalizar expresiones de la forma se debe amplificar por el factor Racionalización de expresiones de la forma Para racionalizar expresiones de la forma se debe amplificar por el factor La racionalización es el procedimiento y el efecto de racionalizar. Para poder establecer correctamente el significado del término racionalización, es importante comenzar conociendo su origen etimológico. Así, en este sentido, podemos determinar que deriva del latín ya que está compuesto por elementos procedentes de dicha lengua:-El sustantivo “ratio”, que puede traducirse como “razón”.-”-izare”, que se emplea como sinónimo de “convertir en”.-El sufijo “-cion”, que se utiliza para indicar “acción y efecto”.Se conoce como racionalización al proceso y el resultado de racionalizar. Este verbo, por su parte, refiere a la optimización de tiempos, costos o esfuerzos en base a una planificación; o a la reducción de algún concepto a una noción racional. En el ámbito de la matemática, racionalizar consiste en la eliminación de los radicales que se hallan en el denominador de un número fraccionario.Por ejemplo: “Tenemos que analizar el proceso para lograr la racionalización de la producción”, “El disertante se explayó con sus opiniones, pero yo necesito la racionalización de lo explicado”, “La evaluación incluirá varios ejercicios de racionalización de binomios”.Para el psicoanálisis, la racionalización es un mecanismo inconciente de defensa.El concepto según el psicoanálisis El psicoanálisis, por su parte, habla de la racionalización como uno de los mecanismos inconcientes de defensa que tiene una persona. Este mecanismo se pone en marcha cuando un individuo pretende justificar, desde un plano lógico, alguna acción o emoción que, sin la correspondiente justificación racional, le provocaría algún conflicto (culpa, incertidumbre, etc.). Con la racionalización, la persona se autoconvence de su justificación: no utiliza una mentira o una excusa, sino que desarrolla un mecanismo inconciente que le permite racionalizar lo hecho y lo mantiene conforme. Ejemplos de racionalización Supongamos que, en un vínculo de pareja, un hombre realiza “bromas” constantes a su mujer, a través de las cuales le transmite críticas y comentarios negativos. Ante las quejas de su esposa, el hombre se defiende alegando que son sólo chistes, y no reconociendo que está agrediendo a su pareja por algún motivo. De este modo, el individuo apela a la racionalización. Existen otros muchos ejemplos que pueden servir para entender cómo el ser humano utiliza lo que es la racionalización en su día a día para intentar justificar o encontrar una explicación a porqué actúa de un modo u otro. Así, una persona que esté claramente diagnosticada como neurótica obsesiva con lo que se refiere a la limpieza y a hábitos de higiene puede argumentar sus actitudes estableciendo que eso es debido a que las normas de higiene son fundamentales para tener una salud óptima y adecuada y que responde a criterios médicos. De la misma manera, alguien que se manifieste como un homófobo puede racionalizar su actitud exponiendo que la homosexualidad no contribuye a reproducirse y, por tanto, no ayuda a “continuar la especie”. Además de la racionalización como mecanismo de defensa que utiliza el ser humano desde un punto de vista psicológico, tendríamos que destacar que también recurre al empleo de otros tales como la identificación, que le ayuda a fortalecer su autoestima; el desplazamiento de sentimientos emocionales; la proyección, la formación reactiva o lo que se conoce como regresión.